

# Medição *in situ* de impedância acústica com arranjo de microfones e algoritmos promotores de esparsidade

Malaguetta, T. C.<sup>1</sup>; Farias, J. W.<sup>1</sup>; Brandão, E. C.<sup>2</sup>; Masiero, B. S.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, thiago.malaguetta@gmail.com, johanneswarwick@gmail.com, masiero@unicamp.br

<sup>2</sup> Engenharia Acústica, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, eric.brandao@eac.ufsm.br

## Resumo

O comportamento acústico de salas de aula, teatros, carros e aviões é de suma importância e objeto de constante melhoria. Para podermos simular e prever o comportamento destes espaços é necessário conhecer sua geometria e a impedância acústica dos materiais construtivos. Este trabalho tem como objetivo caracterizar a impedância acústica de materiais construtivos utilizando um arranjo de microfones e técnicas de processamento de arranjo com regularização promotora de esparsidade. Foi elaborado um modelo computacional para simular a reflexão de uma onda por um material poroso infinito e assim avaliar a viabilidade do uso da técnica proposta. Verificou-se que as técnicas promotoras de esparsidade estudadas foram capazes de localizar e segregar o som direto do som refletido, para posterior cálculo da impedância acústica. Os resultados indicam que o método é viável para altas frequências mas apresenta um superdimensionamento da impedância quando comparado aos valores teóricos para médias e baixas frequências.

**Palavras-chave:** impedância acústica, medição *in situ*, arranjo de microfones, algoritmos promotores de esparsidade.

**PACS:** 43.58.Bh, 43.20.Ye, 43.60.Fg, 43.60.-c.

## *In situ* acoustic impedance measurement through microphone arrays and sparsity promoting algorithm

### Abstract

The acoustic behavior of classrooms, theaters, cars and airplanes is of paramount importance and subject to constant improvement. In order to simulate and predict the behavior of these objects or spaces it is necessary to know their geometry and the acoustic impedance of the building materials used. This work aims to characterize the acoustic impedance of construction materials using a microphone array and array processing techniques with sparsity promoting regularization. A computational model was developed to simulate the reflection of a wave by an infinite porous material and to evaluate the viability of the proposed technique. It was verified that the proposed sparsity promoting techniques were able to locate and segregate the direct sound of the reflected sound, for later calculation of the acoustic impedance. The results indicate that the method is viable for high frequencies but presents an overestimation of the impedance values when compared to the theoretical values for medium and low frequencies.

**Keywords:** acoustic impedance, *in situ* measurements, microphone arrays, sparsity promoting algorithms.

## 1. INTRODUÇÃO

Uma das grandezas físicas que permitem caracterizar a resposta acústica dos materiais é a sua impedância acústica, e a sua medição ganhou importância nos últimos anos devido a popularização de técnicas de simulação acústica e auralização, que têm a impedância de superfície das paredes como um dos seus parâmetros de entrada [1].

O método padrão mais utilizado para a caracterização da impedância acústica é o tubo de impedância [2]. Este método possui o inconveniente de que as amostras precisam ser cortadas para que apenas parte delas sejam inseridas na terminação de um tubo. Uma outra forma padronizada de caracterizar um material é expondo-o a um campo sonoro dentro de uma câmara reverberante [3]. No entanto, este método permite a caracterização apenas do coeficiente de absorção por incidência difusa do material e não de sua impedância. Busca-se então uma forma de realizar a medição da impedância acústica *in situ*, ou seja, com o material intacto e onde o material é aplicado, o que permite examinar os efeitos de montagem de amostra (por exemplo, compressão), os efeitos do tempo (por exemplo, umidade e acúmulo de sujeira), os efeitos do ângulo de incidência da onda sonora [4], bem como caracterizar diversos tipos de ambientes [5] e cavidades (por exemplo, automóveis e aviões) [6].

Os principais métodos de medição *in situ* de impedância acústica são classificados e discutidos em [7]. Estes métodos variam amplamente quanto aos sensores usados nessa tarefa. Um dos métodos, por exemplo, adapta um tubo de impedância para ser usado *in situ*, de forma a caracterizar a pressão sonora e a velocidade de partícula no final do tubo onde está a amostra [8]. Outros métodos se utilizam de um microfone e aplicam diversas técnicas de processamento de sinais para realizar a medição do coeficiente de absorção [9] ou coeficiente de reflexão [10] por meio da relação entre a pressão incidente e refletida no ambiente em estudo.

O uso de arranjo de microfones está dentre as

formas mais inovadoras de medição de impedância acústica, visto que permite realizar uma estimativa do campo acústico em uma dada região do espaço, segregando a onda incidente da onda refletida e estas duas das demais ondas interferentes. Configurações mais simples de medição utilizam arranjos lineares de microfones [11], enquanto configurações mais complexas usam arranjos planos [12] ou esféricos [13].

Embora a popularidade de arranjos de microfones tenha aumentado consideravelmente nas últimas décadas, sua aplicação para medição de impedância acústica ainda é rara. Isso pode ser explicado, em parte, pelo fato de que os arranjos são, em geral, pequenos se comparados ao comprimento de onda sob análise e contêm um número relativamente reduzido de microfones, resultando em baixa resolução espacial com o uso de técnicas clássicas como o *delay-and-sum beamformer* (DAS). Em processamento de arranjo de antenas é comum o uso de técnicas como o *beamformer* de Capon, também conhecido por *minimum variance distortionless response* (MVDR) *beamformer*, para a melhoria da resolução espacial [14], mas esta técnica apresenta instabilidade para sinais de banda larga.

Uma possível maneira de se aumentar a resolução espacial do arranjo sem, contudo, aumentar o número de sensores é com o uso de algoritmos promotores de esparsidade. Estes algoritmos se baseiam no conhecimento *a priori* de que o campo acústico de interesse é composto por poucas frentes de onda, o que costuma ser um modelo válido para caracterizar o problema de medição de impedância acústica *in situ*. O método *sparse learning via iterative minimization* (SLIM) [15], por exemplo, fornece uma localização mais acurada das fontes sonoras e uma melhor separação das ondas incidente e refletida. No entanto, esta técnica apresenta distorções no espectro do sinal recuperado que inviabilizaria a medição acústica. Neste trabalho o método RELAX [16] é utilizado para recuperar os sinais incidente e refletido após a determinação dos seus ângulos de incidência pelo algoritmo SLIM.

Estes algoritmos são testados em um ambi-

ente de simulação. O campo acústico gerado por uma fonte pontual e amostrado por um arranjo de sensores ideais foi modelado considerando a presença de uma amostra localmente reativa [17] de dimensões infinitas.

Este documento está estruturado da seguinte maneira: primeiro é feita uma revisão do conceito de impedância acústica seguida de uma revisão sobre o uso de arranjos de microfones como filtros espaciais. Os métodos clássicos de *beamforming* são descritos e em seguida é apresentado o método promotor de esparsidade para sinais de banda larga WB-SLIM e o método RELAX. Em seguida é apresentado o arcabouço de simulação para a reflexão de uma onda sonora por uma amostra localmente reativa de dimensões infinitas. Por fim, apresentam-se os resultados da simulação, discutindo os resultados obtidos.

## 2. IMPEDÂNCIA ACÚSTICA

A impedância acústica característica ( $Z_c$ ) é intrínseca de um meio material e descreve a resistência ao fluxo sonoro imposta a uma onda sonora por este meio.  $Z_c$  é definida como a razão entre  $\tilde{p}$  (amplitude complexa da pressão sonora) e  $\tilde{v}_n$  (amplitude complexa da velocidade de partícula) para uma onda plana em campo livre:

$$Z_c(\omega) = \frac{\tilde{P}(\omega)}{\tilde{V}_n(\omega)}. \quad (1)$$

A superposição de diferentes materiais e meios acarreta em uma alteração da impedância percebida por uma onda na superfície do material. A impedância de superfície,  $Z_s$ , é a razão entre a amplitude complexa da pressão pela amplitude complexa da velocidade de partícula medida na superfície que separa dois meios; além disso, a velocidade de partícula deve ser mensurada na direção normal à interface de separação. É esta impedância de superfície  $Z_s$  que é de interesse quando estuda-se o comportamento de uma onda sonora que se propaga pelo ar e atinge uma superfície composta por um dado material.

Uma onda plana monocromática de frequência

$\omega$ , que se propaga no ar e atinge uma superfície infinita composta por um material de impedância de superfície  $Z_s$ , terá, por causa da mudança de impedância acústica, parte de sua energia refletida para o ar e outra parte transmitida para o material. Sendo  $\tilde{P}_i(\omega)$  a amplitude complexa da pressão sonora incidente e  $\tilde{P}_r(\omega)$  a amplitude complexa da pressão sonora refletida sobre a superfície da amostra, podemos definir o coeficiente de reflexão

$$R(\omega) = \frac{\tilde{P}_r(\omega)}{\tilde{P}_i(\omega)}, \quad (2)$$

e também o coeficiente de absorção

$$\alpha(\omega) = 1 - |R(\omega)|^2. \quad (3)$$

Verifica-se que a impedância acústica na superfície de um material [17] pode ser descrita em função do coeficiente de reflexão como

$$Z_s(\omega, \theta) = \frac{Z_0}{\cos(\theta)} \frac{1 + R(\omega)}{1 - R(\omega)}, \quad (4)$$

em que  $\theta$  é o ângulo de incidência da onda plana na superfície e  $Z_0 = \rho_0 c_0$  é a impedância característica do ar ( $\rho_0$  é a densidade do ar e  $c_0$  a velocidade do som no ar) [17].

Portanto, assumindo a incidência de uma onda plana, é possível calcular a impedância de superfície de um material usando o coeficiente de reflexão, que por sua vez pode ser estimado pela razão entre onda incidente e refletida. Por esta razão, estuda-se a seguir métodos capazes de separar as componentes incidentes e refletidas de um campo sonoro.

## 3. ARRANJO DE MICROFONES

A combinação dos sinais extraídos de um conjunto de microfones distribuídos no espaço permite a realização de um *filtro espacial*, como mostrado na Figura 1. Este sistema, conhecido por *beamformer*, permite reforçar sinais vindos de uma dada direção, consequentemente reduzindo ruído e interferência provenientes de ou-

tras direções. A seguir apresentamos as técnicas clássicas *beamformer* de Bartlett e DAS assim como um método mais moderno, o SLIM, em sua versão para sinais de banda larga, o WB-SLIM.

Todas as técnicas descritas a seguir são adaptadas ao problema envolvendo sinais de banda larga. Neste caso, um bloco do sinal no tempo  $x(t)$  é transformado de forma a ser representado como um conjunto de pressões complexas obtidas pelo arranjo em diferentes frequências. Nos métodos clássicos, o problema de imageamento é dividido em diversos subproblemas de banda estreita, que são solucionados de forma independente. Em contraste a técnica promotora de esparsidade WB-SLIM combina as informações de frequência para refinar o resultado de forma global na frequência.

### 3.1 Bartlett *Beamforming* e DAS

Considera-se uma fonte sonora posicionada em campo distante emitindo sinais de banda larga, que serão captados por um arranjo de  $M$  microfones. Os sinais dos microfones são amostrados no tempo e usa-se um bloco de  $2(L + 1)$  amostras para, por meio da transformada rápida de Fourier, extrair  $L$  componentes de frequência, já que as frequências negativas, nula e de Nyquist podem ser descartadas. O sinal dos microfones na presença do ruído aditivo é expresso por

$$\mathbf{y}_l = \mathbf{v}_l(\mathbf{u}_s)x_{s,l} + \mathbf{n}_l \quad (5)$$

em que  $\mathbf{y}_l \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  representa o vetor de pressão complexa medida em cada microfone para a faixa de frequência  $l$ ,  $\mathbf{v}_l(\mathbf{u}_s) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  é o vetor de direção que introduz para cada microfone os atrasos associados a uma onda plana que atinge o arranjo da direção  $\mathbf{u}_s$  [18],  $x_{s,l} \in \mathbb{C}$  representa a amplitude complexa do sinal irradiado pela fonte  $s$  na banda de frequência  $l$  e  $\mathbf{n}_l \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  representa o ruído aditivo em cada microfone na banda de frequência  $l$ .

Em um filtro espacial a estimativa do sinal emitido por uma suposta fonte na direção  $\mathbf{u}_n$  e na

frequência  $l$  é dada por

$$\hat{x}_{n,l} = \mathbf{w}_l(\mathbf{u}_n)^H \mathbf{y}_l, \quad (6)$$

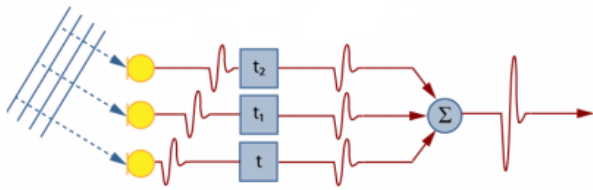
em que  $\mathbf{w}_l(\mathbf{u}_n) = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_M]^T$  é um vetor de coeficientes complexos do filtro espacial ajustado para a direção  $\mathbf{u}_n$  e  $H$  indica o *hermitiano* ou transposto conjugado do vetor.

O Bartlett *beamforming* calcula os coeficientes  $\mathbf{w}_l(\mathbf{u}_n)$  do filtro espacial de modo a maximizar a energia da saída quando o arranjo é excitado por uma onda plana vinda justamente da direção de busca escolhida, ou seja, quando  $\mathbf{u}_n = \mathbf{u}_s$ . De acordo com [18], a solução deste problema de otimização resulta em

$$\mathbf{w}_{BF}(\mathbf{u}_n) = \frac{\mathbf{v}_l(\mathbf{u}_n)}{\|\mathbf{v}_l(\mathbf{u}_n)\|}. \quad (7)$$

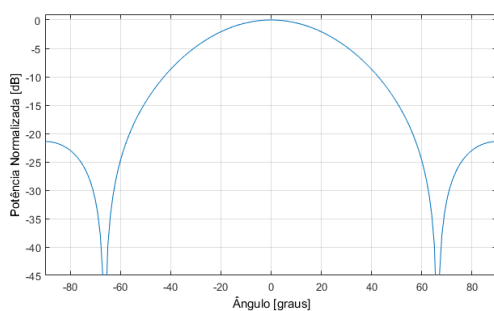
Verifica-se que o *beamformer* de Bartlett atua aplicando um atraso nos sinais captados pelo arranjo, de modo a anular a variação de fase nos microfones do sinal que chega da direção de interesse, permitindo uma combinação construtiva destes sinais. Este tipo de técnica é considerada como determinística, dado que os pesos do filtro espacial não dependem de informações estatísticas do sinal, sendo função apenas do vetor de direção. Observa-se que o comportamento do *beamformer* de Bartlett, quando convertido para o domínio do tempo, implica em um atraso em cada microfone, de forma a alinhar os sinais vindos da direção de interesse. Esta implementação no domínio do tempo é conhecida por *delay and sum* ou DAS. Após alinhados temporalmente, soma-se os sinais de todos os microfones para gerar um sinal de saída reforçado, enquanto que sinais provenientes de outras direções não serão alinhados no tempo e acabarão atenuados. A Figura 1 ilustra o comportamento geral do DAS (considerando sinais no domínio do tempo).

Apesar da praticidade, estas técnicas possuem limitações que afetam a qualidade da imagem acústica obtida, que varia de acordo com a componente em frequência utilizada durante o processo de imageamento. Este fenômeno está diretamente relacionado com a diretividade do arranjo. Para ilustrar este fenômeno será considerado um arranjo linear uniforme (ULA) com 10

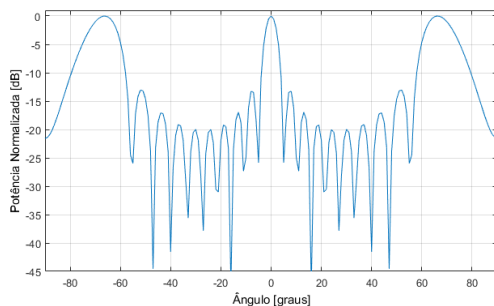


**Figura 1:** Exemplo do processo de *beamforming* clássico. Fonte: Adaptado de [19].

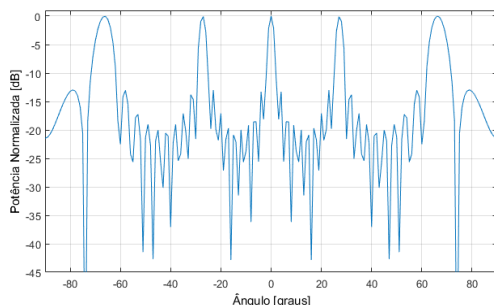
elementos, e espaçamento de 25 cm entre cada sensor. A diretividade foi então calculada no intervalo de  $\theta = -90^\circ$  a  $90^\circ$ , para três frequências distintas, como mostrado na Figura 2.



(a)  $f = 150$  Hz



(b)  $f = 1500$  Hz



(c)  $f = 3000$  Hz

**Figura 2:** Padrão de feixe para uma ULA operando com frequência de 150 Hz, 1500 Hz e 3000 Hz.

Em baixas frequências, como ilustra a Figura 2a,

o lóbulo principal é bastante largo e quase não se observam os lóbulos secundários. Isto implica que fontes sonoras próximas serão praticamente indistinguíveis nestas frequências. Neste exemplo observa-se que é praticamente impossível distinguir entre duas ou mais fontes quando estas estiverem em direções na faixa de  $\pm 20^\circ$  da direção de visada. À medida em que a frequência é elevada, a largura do lóbulo principal se reduz, resultando em um imageamento mais preciso, entretanto os lóbulos laterais se tornam mais proeminentes, o que afeta a qualidade da imagem resultante. A Figura 2b ilustra o efeito desta variação da frequência na formação dos lóbulos. Já em altas frequências, como ilustra a Figura 2c, verifica-se que a presença de diversos lóbulos laterais com elevadas amplitudes, resultado do fenômeno de *aliasing* espacial causado pela ambiguidade da informação de fase, o que afeta a confiabilidade da localização das fontes. Em suma, existe uma relação direta entre o comprimento do arranjo e o comprimento de onda que este arranjo pode analisar com boa resolução e sem artefatos.

Para contornar este problema sugere-se então a técnica WB-SLIM, que utiliza como parâmetro de entrada o resultado do *beamformer* de Bartlett para gerar uma estimativa mais refinada da direção de chegada dos sinais que atingem o arranjo, explorando para isso a estrutura esparsa do problema que vem do fato de termos sons vindos de apenas duas direções (incidente e refletido) dentre um número muito grande de possíveis direções de chegada.

### 3.2 WB-SLIM

Em geral, para um número fixo de sensores, os métodos clássicos apresentam baixa resolução em baixas frequências e a presença de diversos lóbulos laterais em altas frequências. Técnicas promotoras de esparsidade podem ser usadas para tentar refinar a resolução da imagem acústica, também eliminando os indesejados lóbulos laterais.

O WB-SLIM utiliza o mesmo modelo de sinal de banda larga usado para as técnicas clássicas,

apresentado na Equação (5). Intuitivamente, o WB-SLIM funciona usando a soma energética em frequência da estimativa de energia por direção como ponderação para uma nova estimativa, repetindo este procedimento iterativamente. Ou seja, a partir da segunda iteração é dado maior importância a direções que previamente se definiu como tendo maior energia, refinando, com isso, a resolução da estimação. Em comparação com outras técnicas promotoras de esparsidade, o WB-SLIM possui a vantagem de não exigir ajuste de parâmetros (como, por exemplo, a energia do ruído de fundo), removendo a necessidade de conhecimento prévio no ajuste das configurações.

A Equação (5) pode ser reescrita como

$$\mathbf{y}_l = \mathbf{A}_l \mathbf{x}_l + \mathbf{n}_l, \quad (8)$$

em que  $\mathbf{A}_l \in \mathbf{C}^{M \times N}$  representa a matriz que concatena todos vetores de direção associados com as direções de busca no espaço e  $\mathbf{x}_l \in \mathbf{C}^{N \times 1}$  representa o vetor dos possíveis sinais nas direções de busca, sendo  $N$  é o número de direções de busca. A técnica SLIM, inicialmente apresentada em [20], expressa uma solução para um problema de minimização utilizando norma  $\ell_q$ , em que  $0 < q \leq 1$ , ou seja, ela busca a solução que minimize a energia do erro enquanto promove, ao mesmo tempo, a esparsidade do vetor  $\mathbf{x}_l$ . A suposição de esparsidade implica que apenas alguns valores de  $\mathbf{x}_l$  serão diferentes de zero, já que se assume que o campo total é gerado por apenas  $K$  fontes sonoras e  $K \ll N$ .

Em [15] propõe-se duas variações para o SLIM abordando sinais de banda larga: WB-SLIM-0 que busca minimizar uma aproximação da norma  $\ell_0$  e WB-SLIM-1 que busca minimizar uma aproximação da norma  $\ell_1$ . A principal diferença entre os dois métodos está na relação entre esparsidade e robustez do resultado. O primeiro algoritmo produz resultados mais esparsos, entretanto perde eficiência em situações de baixa relação sinal-ruído. Esta pesquisa focará na avaliação do WB-SLIM-0, que busca

minimizar a seguinte função custo

$$J_{\text{WB-SLIM-0}} = LM \log \eta + \frac{1}{\eta} \sum_{l=1}^L \|\mathbf{y}_l - \mathbf{A}_l \mathbf{x}_l\|^2 + L \sum_{n=1}^N \log p_n + \sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^N \frac{|x_{n,l}|^2}{p_n}, \quad (9)$$

em que  $\eta$  representa a energia do ruído e  $p_n$  um elemento da diagonal da matriz de covariância de  $\mathbf{x}_l$ . Note que o segundo termo da Equação (9) busca minimizar a energia do erro de estimação enquanto o terceiro termo da Equação (9) promove a esparsidade de  $p_n$  utilizando o somatório do logaritmo de  $p_n$ . Visto que  $p_n$  é definido como a energia espectral média de  $x_n$ , este termo consequentemente também promove a esparsidade de  $\mathbf{x}$  no espaço.

O problema de otimização da Equação (9) pode ser resolvido com o uso da técnica de minimização cíclica [21], na qual cada resultado é obtido por meio da simplificação do problema de otimização, derivando determinado parâmetro e assumindo os restantes como conhecidos. A partir deste ponto é possível obter soluções ótimas para  $p_n$ ,  $\mathbf{x}_l$  e  $\eta$ . As equações resultantes e o processo de cálculo do algoritmo WB-SLIM-0 está resumido na Tabela 1.

Conforme mencionado por [15], quando  $p_n \rightarrow 0$  ou  $\eta \rightarrow 0$ , o valor de  $J_{\text{WB-SLIM-0}}$  pode resultar em  $-\infty$  para certos valores de  $\mathbf{x}_l$ . Portanto, a função custo descrita pela Equação (9) não possui um mínimo global para este conjunto de parâmetros sem o uso de restrições. Para contornar este problema, foi utilizada a variável  $\varepsilon$  como um método de controle, sendo esta definida como um pequeno valor positivo (nos exemplos práticos foi utilizado um valor de  $\varepsilon = 10^{-16}$ ). Durante as iterações do WB-SLIM-0 são realizadas verificações, e as variáveis mencionadas anteriormente são mantidas com o valor de  $\varepsilon$  caso ultrapassem este limiar durante a minimização.

**Tabela 1:** Algoritmo para cálculo do WB-SLIM-0, em que  $L$  é quantidade de componentes de frequência,  $M$  a quantidade de microfones e  $N$  a quantidade de pontos de visada.

Inicializar o algoritmo estimando  $x_{n,l}$  e  $\eta$  através do *Delay-and-Sum*:

$$x_{n,l}^{(0)} = \mathbf{v}_l(\mathbf{u}_n)^H \mathbf{y}_l / \|\mathbf{v}_l(\mathbf{u}_n)\|^2, \text{ para } n = 1, \dots, N; l = 1, \dots, L;$$

$$\eta^{(0)} = \max \left\{ \frac{1}{10LM} \sum_{l=1}^L \|\mathbf{x}_l^{(0)}\|^2, \varepsilon \right\}$$

Repetir os seguintes cálculos para  $t = 0, 1, 2, \dots$ :

$$p_n^{(t+1)} = \max \left\{ \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L |x_{n,l}^{(t)}|^2, \varepsilon \right\}, \text{ para } n = 1, \dots, N;$$

$$\mathbf{x}_l^{(t+1)} = \mathbf{P}^{(t+1)} \mathbf{A}_l^H (\mathbf{A}_l \mathbf{P}^{(t+1)} \mathbf{A}_l^H + \eta^{(t)} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{y}_l, \text{ para } l = 1, \dots, L;$$

$$\eta^{(t+1)} = \max \left\{ \frac{1}{LM} \sum_{l=1}^L \|\mathbf{y}_l - \mathbf{A}_l \mathbf{x}_l^{(t+1)}\|^2, \varepsilon \right\}$$

até atingir a convergência.

Fonte: Adaptado de [15].

### 3.3 RELAX

De acordo com [15] o algoritmo WB-SLIM é capaz de refinar a estimativa da energia por ângulo de incidência. No entanto, ele acaba distorcendo o espectro do sinal recuperado. Para evitar esta distorção os autores propõem usar o WB-SLIM para determinar a quantidade e a direção das fontes que constituem o campo sonoro e usar o algoritmo RELAX [16] para, de posse das informações de quantidade e direção das fontes sonoras, estimar a forma de onda do sinal proveniente de cada direção.

O algoritmo RELAX busca minimizar o seguinte problema não-linear:

$$\min_{(\mathbf{u}_k, x_{k,l})} \sum_{l=1}^L \left\| \mathbf{y}_l - \sum_{k=1}^K \mathbf{v}_l(\mathbf{u}_k) x_{k,l} \right\|^2. \quad (10)$$

Sabendo o número de fontes  $K$ , o algoritmo pode ser inicializado com os valores de  $\mathbf{u}_k$  e  $x_{k,l}$  obtidos pelo WB-SLIM e ser resolvido, como o SLIM, usando uma minimização cíclica. Ou seja, fixa-se os valores de  $\mathbf{u}_k$  e  $x_{k,l}$  para todas as direções menos uma, recaindo desta forma no problema linear:

$$\min_{(\mathbf{u}_k, x_{k,l})} \sum_{l=1}^L \left\| \hat{\mathbf{y}}_{l,k} - \mathbf{v}_l(\mathbf{u}_k) x_{k,l} \right\|^2, \quad (11)$$

em que

$$\hat{\mathbf{y}}_{l,k} = \mathbf{y}_l - \sum_{i \neq k} \mathbf{v}_l(\mathbf{u}_i) x_{i,l}. \quad (12)$$

A Equação (11) pode ser solucionada agora usando o *beamformer* de Bartlett, i.e., utilizando a Equação (7) para determinar a direção  $\mathbf{u}_i$  de máxima energia<sup>1</sup> e então calcular  $x_{i,l}$  para esta direção. O algoritmo RELAX então atualiza as demais fontes de forma cíclica até atingir o critério de parada, que pode ser, por exemplo, que a norma da diferença entre duas estimações consecutivas atingiu um limiar pré-definido.

### 4. MODELAGEM NUMÉRICA DE UM MATERIAL POROSO

Para a simulação do uso de um arranjo de microfones para a determinação da impedância acústica de um material construiu-se um modelo matemático capaz de simular diversas situações de disposição da fonte e do arranjo de sensores em relação a uma amostra de material poroso de tamanho infinito. Desta forma, será possível avaliar a influência dos algoritmos de filtragem espacial no resultado das medições.

<sup>1</sup>Em [15] sugere-se o uso do algoritmo de Nelder–Mead, implementado pela função `fminsearch` no Matlab, para determinar o ponto de máximo na curva de energia por direção de incidência.

### 4.1 Modelagem geométrica

De acordo com [17], tem-se uma fonte, denominada de fonte real, que gera a pressão incidente sobre a amostra e uma segunda fonte, denominada fonte-imagem, que gera a pressão refletida pelo material. Utilizando como referencial o plano que contém a amostra, a posição da fonte-imagem é simétrica à posição da fonte real em relação ao plano da amostra. Esse esquema é ilustrado na Figura 3.

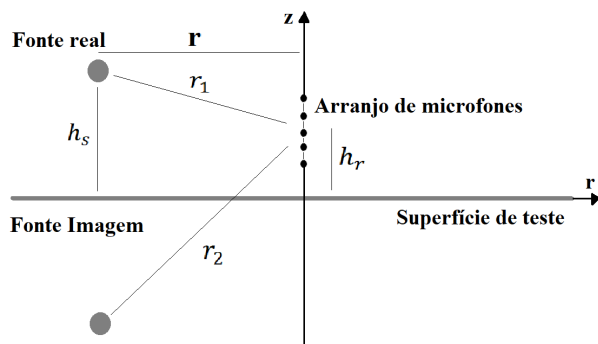
A Figura 3 indica a distância da fonte real ao microfone  $r_1$ , a distanciada fonte-imagem ao microfone  $r_2$ , a distância horizontal entre a fonte real e um microfone  $r$ , a distância da fonte real à superfície sob teste  $h_s$  e a distância de cada microfone à superfície sob teste  $h_r$ . Essas distâncias são mantidas fixas para cada ensaio. As relações entre as distâncias da Figura 3 podem ser obtidas pelas seguintes equações:

$$r_1 = \sqrt{r^2 + (h_s - h_r)^2} \quad \text{e} \quad (13)$$

$$r_2 = \sqrt{r^2 + (h_s + h_r)^2}. \quad (14)$$

### 4.2 Modelo acústico de uma amostra localmente reativa

Uma amostra localmente reativa possui alto índice de refração, fazendo com que o ângulo de refração varie muito pouco com o ângulo de incidência da onda sobre a amostra. Com isto, a impedância de superfície da amostra praticamente independe do ângulo de incidência da



**Figura 3:** Modelo de reflexão sonora de ondas esféricas sobre uma superfície infinita de material localmente reativo.

onda. Em [17] os autores mostram que a pressão sonora resultante da incidência e reflexão de uma onda esférica sobre uma amostra localmente reativa de dimensões infinitas é dada por

$$p = \frac{e^{-jkr_1}}{r_1} + \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} - \left( \frac{2k\rho_0c_0}{Z_s} \int_0^\infty e^{-\frac{k\rho_0c_0}{Z_s}q} \frac{e^{-jk\sqrt{r^2+(h_s+h_r-jq)^2}}}{\sqrt{r^2+(h_s+h_r-jq)^2}} dq \right), \quad (15)$$

em que o primeiro termo é referente à onda incidente, o segundo termo à onda refletida (fonte-imagem) e o terceiro termo se refere à absorção e difração da onda esférica na amostra. É importante notar que este modelo requer o conhecimento da impedância de superfície para o cálculo da pressão total. Para calcular a impedância de superfície foi utilizado o modelo em [22] dado por

$$Z_c = \sqrt{K\rho_c}, \quad (16)$$

$$k_1 = \omega\sqrt{\rho_c/K}, \quad (17)$$

$$K = \frac{\gamma P_0}{\gamma - \frac{\gamma-1}{\beta}}, \quad (18)$$

$$\rho_c = \rho_0\alpha_\infty\beta \quad \text{e} \quad (19)$$

$$\beta = 1 + \frac{\sigma\phi}{j\alpha_\infty\rho_0B_2\omega} \sqrt{1 + \frac{4j\alpha_\infty^2\rho_0B_2v\omega}{\sigma^2\wedge^2\phi^2}}, \quad (20)$$

em que  $\gamma = C_p/C_v$  é a razão de calores específicos do gás a pressão constante  $C_p$  e a volume constante  $C_v$ ,  $P_0$  é a pressão atmosférica,  $\alpha_\infty$  é a tortuosidade (desvio da orientação dos poros em relação à direção de propagação no interior do material),  $\sigma$  é a resistividade ao fluxo (facilidade de um fluxo de ar em penetrar e atravessar uma camada do material poroso),  $\phi$  é a porosidade do material (definido como a razão entre o volume total dos poros e o volume total ocupado pelo material),  $B_2$  é o número de Prandtl (relação entre a difusão de quantidade de movimento e a difusão de quantidade de calor dentro do próprio fluido),  $\wedge$  é o comprimento característico (razão da média entre o volume e a área superficial dos poros do material) e  $v$  é a



viscosidade do ar.

Esse modelo resulta na impedância característica da amostra ( $Z_c$ ) e seu número de onda ( $k_1$ ), que é dependente das propriedades intrínsecas do material. A impedância de superfície da amostra pode então ser calculada através da equação

$$Z_s = -j \frac{Z_c}{\cos(\theta_r)} \cot(k_1 \cos(\theta_r)d), \quad (21)$$

em que o termo  $d$  representa a espessura da amostra,  $\theta_r$  é o ângulo de refração que depende do número de onda no ar ( $k_0$ ) e na amostra ( $k_1$ ) segundo a equação

$$n = \frac{c_0}{c_1} = \frac{k_1}{k_0} = \frac{\sin(\theta)}{\sin(\theta_r)}. \quad (22)$$

Quando o índice de refração da amostra se torna suficientemente grande ( $c_0 \gg c_1$ ), o ângulo de refração da amostra se torna pequeno, fazendo com que  $\cos \theta_r \approx 1$ , ou seja, tem-se uma amostra localmente reativa.

## 5. RESULTADOS

A seguir são apresentados os resultados do cálculo da impedância de superfície de uma amostra porosa por meio de medição com arranjo de microfones e processamento com regularização promotora de esparsidade. Para os resultados a seguir uma fonte pontual foi posicionada a 1 m da amostra e um arranjo linear de quatro microfones foi posicionado na linha perpendicular entre a fonte pontual e o plano da amostra, ou seja,  $r = 0$  m. O arranjo possuía distribuição não-redundante [23] com comprimento total de 30 cm e o microfone posicionado mais próximo da amostra estava posicionado a 20 cm de sua superfície, logo  $h_r = [0,5 \ 0,4 \ 0,25 \ 0,2]$  m.

Escolheu-se para a simulação uma amostra cujos parâmetros físicos foram também simulados em [17], e são listados na Tabela 2 para facilitar a reprodução dos resultados. A impedância de superfície dessa amostra foi calculada com a Equação (21) para uma espessura da amostra de  $d = 50$  cm. A Figura 4 ilustra o resultado obtido,

**Tabela 2:** Parâmetros físicos da melamina usados para simulação da sua impedância de superfície. Extraídos de [17].

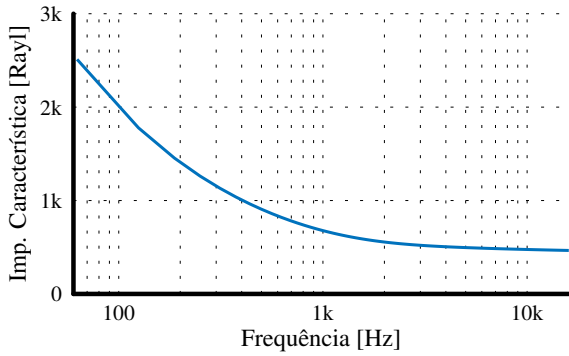
|                 |                               |
|-----------------|-------------------------------|
| $\gamma$        | 1,4                           |
| $P_0$           | $10^5$ [Pa]                   |
| $\alpha_\infty$ | 1                             |
| $\sigma$        | $25000$ [N·s/m <sup>4</sup> ] |
| $\phi$          | 0,99                          |
| $B_2$           | 0,77                          |
| $\wedge$        | 160 [μm]                      |
| $\nu$           | $1,84 \times 10^{-5}$ [Pa·s]  |

sendo que a Figura 4c mostra o coeficiente de absorção da melamina, que está de acordo com os resultados encontrados em [17]. De posse de  $Z_s$ , a pressão total em cada microfone foi calculada pela Equação (15), como pode ser visto na Figura 5.

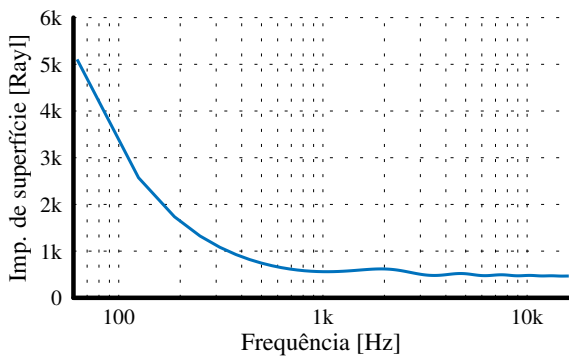
De posse do sinal dos microfones, o algoritmo SLIM foi aplicado para determinar a localização das fontes no ambiente virtual de teste. A Figura 6 compara a resolução obtida pelos algoritmos DAS e SLIM.

O gráfico da distribuição de energia pela direção de chegada do SLIM permite determinar com maior facilidade o número de fontes presentes, no caso duas, e a posição destas fontes, no caso a fonte real em  $180^\circ$  e a fonte-imagem em  $0^\circ$ . Note que na simulação a posição exata das fontes é conhecida, mas esta etapa é importante para uma medição *in situ*, em que é provável que existam desvios da posição real em relação à posição pretendida. De posse da informação da quantidade e posição das fontes sonoras que compõem o campo sonoro em questão aplica-se então o algoritmo RELAX para recuperar (com menor distorção que com o SLIM) as formas de onda provenientes de cada direção de interesse. O resultado do algoritmo RELAX é mostrado na Figura 7.

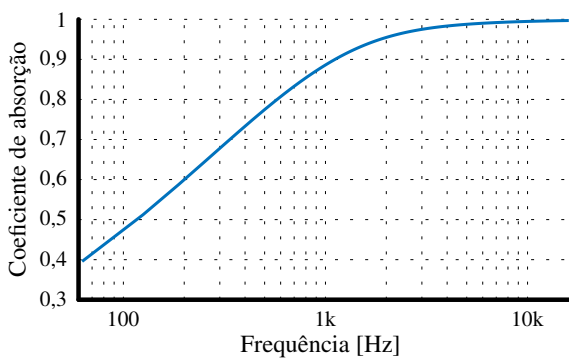
De posse das componentes incidente e refletida do campo sonoro extraídas com o WB-SLIM/RELAX, é possível calcular o valor do coeficiente de reflexão de acordo com a Equação (2). Note que o RELAX funciona como se houvesse um único microfone superdirecional na posição central do arranjo. No entanto,



(a) Impedância característica



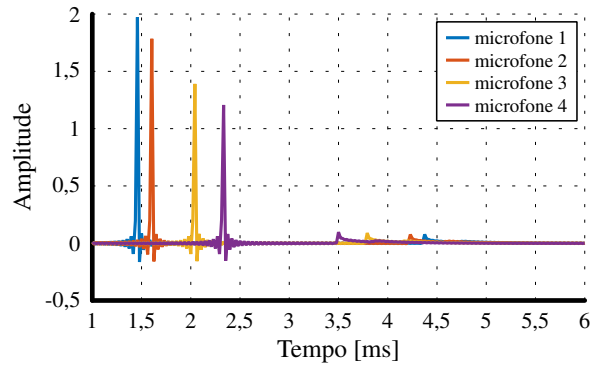
(b) Impedância de superfície



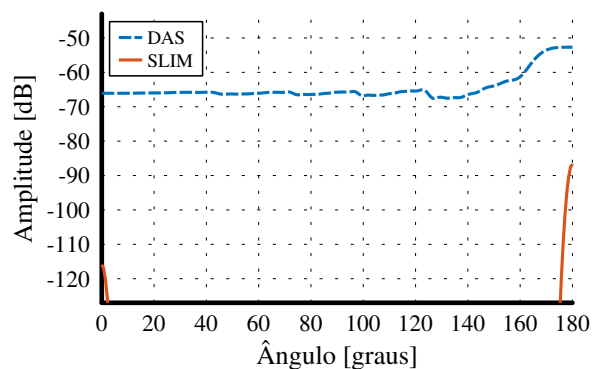
(c) Coeficiente de absorção

**Figura 4:** Impedância característica (a), impedância de superfície (b) e coeficiente de absorção (c) da melamina, simulado de acordo com o modelo de [22].

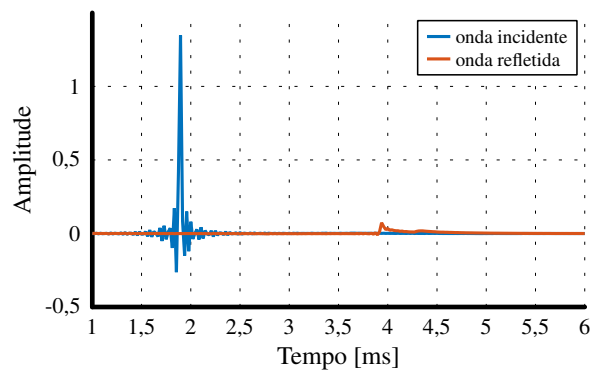
o coeficiente de reflexão é definido apenas na interface ar/amostra. Portanto, é necessário deslocar as ondas do ponto central do arranjo para a superfície da amostra. Assumindo uma onda plana, esta correção é feita simplesmente atrasando ou adiantando o sinal proporcionalmente. De posse de  $R(\omega)$ , basta então aplicar a Equação (4) para se obter a impedância de superfície e a Equação (3) para se obter o coeficiente de absorção. Os resultados para o módulo da impedância de superfície, o coeficiente de absorção e



**Figura 5:** Resposta temporal simulada nos quatro microfones do arranjo para um impulso emitido pela fonte pontual e refletido pela amostra de melamina.



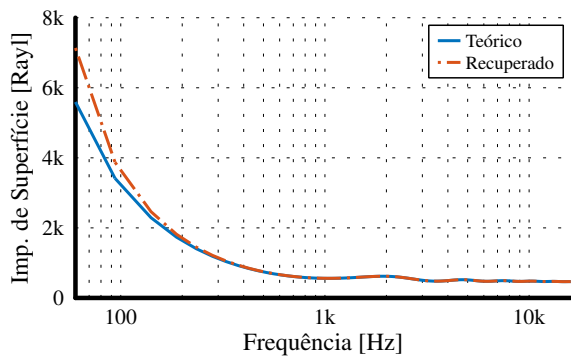
**Figura 6:** Comparação da resolução da localização das fontes obtidas com os algoritmos DAS e WB-SLIM.



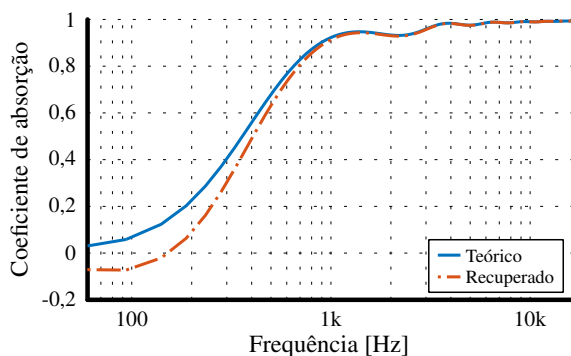
**Figura 7:** Componentes incidente e refletida recuperados pelo algoritmo RELAX de posse das informações de quantidade e direções de fontes fornecidas pelo algoritmo SLIM.

módulo do coeficiente de reflexão recuperados pelo método proposto em comparação com o valor teórico são mostrados na Figura 8.

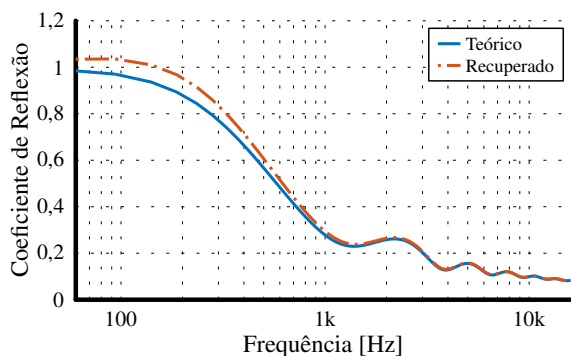
Observando a Figura 8 verifica-se que os resultados obtidos pelo método proposto começam a se distanciar dos valores teóricos para frequências



(a) Impedância de superfície



(b) Coeficiente de absorção



(c) Coeficiente de reflexão

**Figura 8:** Comparação dos valores do módulo da impedância de superfície, coeficiente de absorção e módulo do coeficiente de reflexão recuperados pelo algoritmo proposto em comparação com o valor teórico para uma amostra de melamina.

abaixo de aproximadamente 500 Hz. Acredita-se que a razão para esse superdimensionamento da impedância em baixas frequências ocorra pelo fato do cálculo dos coeficientes acústicos ter sido realizado assumindo uma propagação de onda plana enquanto o modelo de propagação usa, de fato, uma fonte pontual com propagação de onda esférica. Este fenômeno é muito provável de também acontecer em medições *in*

*situ*, uma vez que alto-falantes a distâncias próximas da amostra irão irradiar ondas esféricas, que apenas para altas frequências poderão ser razoavelmente aproximadas por ondas planas.

## 6. CONCLUSÕES

Os resultados apresentados são promissores, uma vez que o método proposto de processamento de arranjo com regularização promotora de esparsidade foi capaz de separar as componentes incidente e refletida do campo sonoro e calcular a impedância de superfície a partir dela. No entanto, o método ainda pode ser melhorado para as regiões de média e baixa frequências, substituindo-se o modelo de onda plana por um modelo de onda esférica.

Esses resultados mostram que a continuidade da pesquisa será em procurar melhorar os resultados para as baixas frequências. Para isso será necessário estudar o cálculo dos parâmetros acústicos para diferentes campos sonoros, em especial ondas esféricas.

## 7. AGRADECIMENTOS

BSM e ECB gostariam de agradecer ao CNPq pelo apoio financeiro através da chamada Universal, projeto número 400884/2016-0. TCM gostaria de agradecer ao FAEPEX-Unicamp pelo auxílio financeiro. JWF gostaria de agradecer à CAPES pelo auxílio financeiro.

## REFERÊNCIAS

1. VORLÄNDER, M. *Auralization: Fundamentals of Acoustics, Modelling, Simulation, Algorithms and Acoustic Virtual Reality*. [S.l.]: Springer, 2007.
2. ISO-10534-2. *Acoustics determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes-Part 2: Transfer-function method*. 1998.
3. ISO-354. *Measurement of sound absorption in a reverberation room Title*. 1985.
4. BRANDÃO, E. *Análise teórica e experimental do processo de medição in situ da impedância acústica*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2011.

5. TIJS, E.; BREE, H. E. D.; BRANDÃO, E. Large scale *in situ* acoustic reflection measurements in a theatre. In: *Proc. of Nag/Daga*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 549–552.
6. TIJS, E.; BREE, H. E. D.; BRANDÃO, E. “*In situ* PU surface impedance measurements for quality control in an assembly line.”. *Proceedings of SAE international*, 2009.
7. BRANDÃO, E.; LENZI, A.; PAUL, S. A review of the *in situ* impedance and sound absorption measurement techniques. *Acta Acustica united with Acustica*, v. 101, n. 3, p. 443–463, 2015.
8. CHAMPOUX, Y.; BERRY, A.; AMEDÍN, C. K. Acoustical characterization of absorbing porous materials through transmission measurements in a free field. v. 102, n. 4, p. 1982–1994, 1997.
9. GARAI, M. Measurement of the Sound-Absorption Coefficient *In Situ* . The Reflection Method Using Periodic Pseudo- random Sequences of Maximum Length. *Applied Acoustics*, v. 39, p. 119–139, 1993.
10. MOMMERTZ, E. Angle-dependent *in-situ* measurements of reflection coefficients using a subtraction technique. *Applied Acoustics*, v. 46, n. 3, p. 251–263, 1995.
11. DUCOURNEAU, J.; PLANEAU, V.; CHATILLON, J.; NEJADE, A. Measurement of sound absorption coefficients of flat surfaces in a workshop. *Applied Acoustics*, v. 70, n. 5, p. 710–721, 2009.
12. OTTINK, M.; BRUNSKOG, J.; JEONG, C.-H.; FERNANDEZ-GRANDE, E.; TROJGAARD, P.; TIANA-ROIG, E. *In situ* measurements of the oblique incidence sound absorption coefficient for finite sized absorbers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 139, n. 1, p. 41–52, 2016.
13. RICHARD, A.; FERNANDEZ-GRANDE, E.; BRUNSKOG, J.; JEONG, C.-h. Impedance estimation of a finite absorber based on spherical array measurements. In: *Proc. 22nd International Congress on Acoustics*. [S.l.: s.n.], 2016.
14. van TREES, H. L. *Optimum array processing: Part IV of detection, estimation, and modulation theory*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004.
15. XU, L.; ZHAO, K.; LI, J.; STOICA, P. Wideband source localization using sparse learning via iterative minimization. *Signal Processing*, v. 93, n. 12, p. 3504 – 3514, 2013.
16. LI, J.; ZHENG, D.; STOICA, P. Angle and waveform estimation via relax. *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*, IEEE, v. 33, n. 3, p. 1077–1087, 1997.
17. BRANDÃO, E. *Acústica de Salas: Projeto e Modelagem*. 1. ed. São Paulo: Blucher, 2016.
18. NASCIMENTO, V. H.; MASIERO, B. S.; RIBEIRO, F. P. Acoustic imaging using the Kronecker array transform. In: COELHO, R. F.; NASCIMENTO, V. H.; QUEIROZ, R. L. de; ROMANO, J. M. T.; CAVALCANTE, C. C. (Ed.). *Signals and Images: Advances and Results in Speech, Estimation, Compression, Recognition, Filtering, and Processing*. [S.l.]: CRC Press, 2015. cap. 6, p. 153–178.
19. LAI, C. C.; NORDHOLM, S. E.; LEUNG, Y. H. *A Study Into the Design of Steerable Microphone Arrays*. [S.l.]: Springer, 2017.
20. TAN, X.; ROBERTS, W.; LI, J.; STOICA, P. Sparse learning via iterative minimization with application to mimo radar imaging. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 59, n. 3, p. 1088–1101, 2011.
21. STOICA, P.; SELÉN, Y. Cyclic minimizers, majorization techniques, and the expectation-maximization algorithm: a refresher. *IEEE Signal Processing Magazine*, IEEE, v. 21, n. 1, p. 112–114, 2004.
22. ALLARD, J. F.; CHAMPOUX, Y.; NICOLAS, J. Impedance Measurement At Oblique Incidence and Low Frequencies. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 86, n. 2, p. 766–770, 2014.
23. VERTATSCHITSCH, E.; HAYKIN, S. Nonredundant arrays. *Proceedings of the IEEE*, v. 74, n. 1, p. 217–217, Jan 1986. ISSN 0018-9219.